UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERIA **P.A. 2007-3**
FACULTAD DE INGENIERIA MECANICA **02/02/2008**
AREA ACADEMICA DE CIENCIAS BASICAS Y HUMANIDADES

SOLUCIONARIO DE LA PRIMERA PRÁCTICA CALIFICADA DE CALCULO NUMERICO (MB535)

- **DURACION: 60 MINUTOS**
- **SOLO SE PERMITE EL USO DE UNA HOJA DE FORMULARIO**
- **ESCRIBA CLARAMENTE SUS PROCEDIMIENTOS**

P1 (07 Puntos)

Se desea calcular el valor de la expresión $\left(7-4\sqrt{3}\right)^4$ utilizando el valor aproximado $\sqrt{3}=1.73205$ (con todas sus cifras decimales exactas).

a) Demostrar que las siguientes fórmulas son numéricamente equivalentes:

$$\left(7-4\sqrt{3}\right)^4=\frac{1}{\left(7+4\sqrt{3}\right)^4}=\frac{1}{\left(97+56\sqrt{3}\right)^2}=\left(97-56\sqrt{3}\right)^2=18817-10864\sqrt{3}=\frac{1}{18817+10864\sqrt{3}}$$

.

b) Aplicando la teoría de propagación de errores determine ¿Cuál de las anteriores es la forma más precisa de calcular?

Solución

a)

$$\left(7-4\sqrt{3}\right)^4*\frac{\left(7+4\sqrt{3}\right)^4}{\left(7+4\sqrt{3}\right)^4}=\frac{1}{\left(7+4\sqrt{3}\right)^4}$$

$$\frac{1}{\left(7+4\sqrt{3}\right)^4}=\frac{1}{\left(\left(7+4\sqrt{3}\right)^2\right)^2}=\frac{1}{\left(97+56\sqrt{3}\right)^2}$$

$$\frac{1}{\left(97+56\sqrt{3}\right)^2}*\frac{\left(97-56\sqrt{3}\right)^2}{\left(97-56\sqrt{3}\right)^2}=\left(97-56\sqrt{3}\right)^2$$

$$\left(97-56\sqrt{3}\right)^2=18817-10864\sqrt{3}$$

$$\left(18817-10864\sqrt{3}\right)*\frac{\left(18817+10864\sqrt{3}\right)}{\left(18817+10864\sqrt{3}\right)}=\frac{1}{\left(18817+10864\sqrt{3}\right)}$$

b)

$$x = 1.73205$$
$$\xi x \le 0.5x10^{-5}$$
$$f_1(x) = (7-4x)^4$$
$$f_2(x) = \frac{1}{(7+4x)^4}$$
$$f_3(x) = \frac{1}{(97+56x)^2}$$
$$f_4(x) = (97-56x)^2$$
$$f_5(x) = 18817 - 10864x$$
$$f_6(x) = \frac{1}{18817+10864x}$$
$$\xi_{f1} \le \left|\frac{df_1}{dx}\right|\xi_x = \left|-16(7-4x)^3\right|\xi_x = 2.96x10^{-8}$$
$$\xi_{f2} \le \left|\frac{df_2}{dx}\right|\xi_x = \left|\frac{-16}{(7-4x)^5}\right|\xi_x = 1.52x10^{-10}$$
$$\xi_{f3} \le \left|\frac{df_3}{dx}\right|\xi_x = \left|\frac{-112}{(97+56x)^3}\right|\xi_x = 7.67x10^{-11}$$
$$\xi_{f4} \le \left|\frac{df_4}{dx}\right|\xi_x = \left|-10864+6272\right|\xi_x = 2.91x10^{-6}$$
$$\xi_{f5} \le \left|\frac{df_5}{dx}\right|\xi_x = \left|-10864\right|\xi_x = 0.054$$
$$\xi_{f6} \le \left|\frac{df_6}{dx}\right|\xi_x = \left|\frac{-10864}{(18817+10864x)^2}\right|\xi_x = 3.83x10^{-11}$$

Por lo tanto: la fórmula 6 es la más conveniente por que da menos error, a continuación la fórmula 3.

P2 (06 Puntos)
Recordar que ”*fl*(*expression*)” significa que todos los operandos son convertidos a números en punto flotante y todas las operaciones son desarrolladas con la aritmética del punto flotante. Asuma β=10, t=3,L=-3,U=4, y la aritmética es truncada:
Obtener los valores de:
a) *fl*(0.00009)
b) *fl*(3.146)
c) *fl*(9996)
d) *fl*((100.0+0.61)+0.61) y *fl*(100.0+(0.61+0.61))

e) *fl*(2.34x(5.67+8.90)) y *fl*((2.34x5.67)+(2.34x8.90))

Solución

a) underflow
b) 3.14
c) 9990.0
d) 100.0 y 101.0
e) 33.9 y 34.0

P3 (07 Puntos)

Dada el siguiente sistema:

$$0.729x + 0.81y + 0.9z = 0.6867$$

$$x + y + z = 0.8338$$

$$1.331x + 1.21y + 1.1z = 1$$

Considerando aritmética de 4 dígitos significativos, resuelva indicando los resultados parciales lo siguiente:

a) Aplique eliminación de Gauss sin pivotaje y sustitución inversa.
b) Aplique eliminación de Gauss con pivotaje parcial y sustitución inversa.
c) ¿Existe alguna diferencia en los resultados anteriores?. Justifique.

Solución:

a) Sin pivote:

$$a' = \begin{bmatrix} 0.7290 & 0.8100 & 0.9000 & 0.6867 \\ 1.0000 & 1.0000 & 1.0000 & 0.8338 \\ 1.3310 & 1.2100 & 1.1000 & 1.0000 \end{bmatrix}$$

$$a' = \begin{bmatrix} 0.7290 & 0.8100 & 0.9000 & 0.6867 \\ 0 & -0.1111 & -0.2346 & -0.1082 \\ 0 & 0 & 0.0246 & 0.0081 \end{bmatrix}$$

sustitucion inversa

$$x = \begin{bmatrix} 0.1920 \\ 0.2781 \\ 0.3293 \end{bmatrix}$$

b) pivote parcial

$$a' = \begin{bmatrix} 0.7290 & 0.8100 & 0.9000 & 0.6867 \\ 1.0000 & 1.0000 & 1.0000 & 0.8338 \\ 1.3310 & 1.2100 & 1.1000 & 1.0000 \end{bmatrix}$$

$$a' = \begin{bmatrix} 1.3310 & 1.2100 & 1.1000 & 1.0000 \\ 1.0000 & 1.0000 & 1.0000 & 0.8338 \\ 0.7290 & 0.8100 & 0.9000 & 0.6867 \end{bmatrix}$$

$$a' = \begin{bmatrix} 1.3310 & 1.2100 & 1.1000 & 1.0000 \\ 0 & 0.0909 & 0.1736 & 0.0825 \\ 0 & 0.1473 & 0.2975 & 0.1390 \end{bmatrix}$$

$$a' = \begin{bmatrix} 1.3310 & 1.2100 & 1.1000 & 1.0000 \\ 0 & 0.1473 & 0.2975 & 0.1390 \\ 0 & 0.0909 & 0.1736 & 0.0825 \end{bmatrix}$$

$$a' = \begin{bmatrix} 1.3310 & 1.2100 & 1.1000 & 1.0000 \\ 0 & 0.1473 & 0.2975 & 0.1390 \\ 0 & 0 & -0.0100 & -0.0033 \end{bmatrix}$$

$$sustitucion \;\; inversa$$

$$x = \begin{bmatrix} 0.2497 \\ 0.2770 \\ 0.3300 \end{bmatrix}$$

c) Se puede observar una discrepancia con respecto a la solución exacta, lo cual se debe a que el sistema está mal condicionado para la cantidad de dígitos significativos empleados.

Cuadro resumen:

variables	**Solución exacta**	**Sin pivoteo**	**Con pivoteo parcial**
X1	0.2245	0.1920	0.2497
X2	0.2814	0.2781	0.2770
X3	0.3279	0.3293	0.3300